

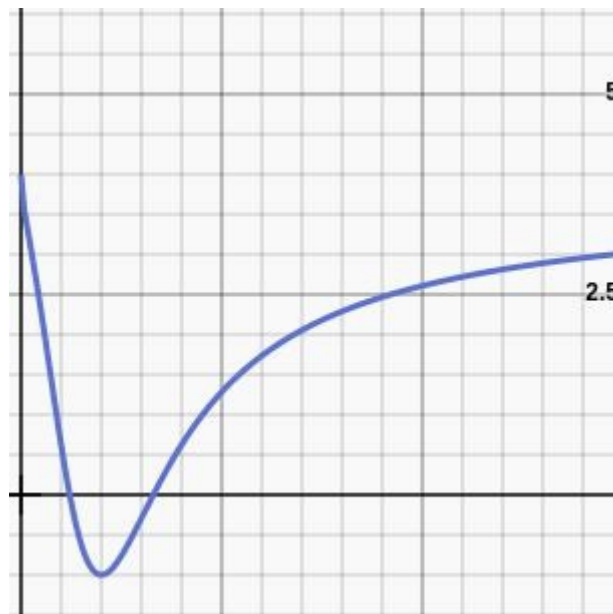
Soluzioni prova scritta del 16/9/2025

1) La funzione, definita solo per $x > 0$, presenta un minimo in $(1, -1)$, un asintoto orizzontale destro in $y=4$, un punto d'arresto che è in realtà un punto a tg verticale in $(0, 4)$, due punti d'intersezione con gli assi in $(e^{(-1/2)}, 0)$ e $(e^{(1/2)}, 0)$. Grafico allegato.

2) La serie è di tipo geometrico, pertanto converge quando la ragione q è tale che $|q| < 1$, ossia per $e^{(-1/3)} < x < e^3$ (convergenza semplice e assoluta). Per $x = e^3$ diverge a $+\infty$ mentre per $x = e^{(-1/3)}$ è indeterminata.

3) La successione, mediante l'uso dei limiti notevoli di $\cos(1/n)$, $\sin(1/n)$ e del numero "e", risulta convergente a "e" per $x = 2/3$, divergente a $+\infty$ per $2/3 < x < 1$, convergente a 0 per $x < 2/3$ e $x > 1$.

4) L'integrale, tramite sostituzione $e^x = t$, si scompone in fratti semplici. La primitiva è allegata.



$$\ln(|e^{2x} - 1|) - x + C$$