

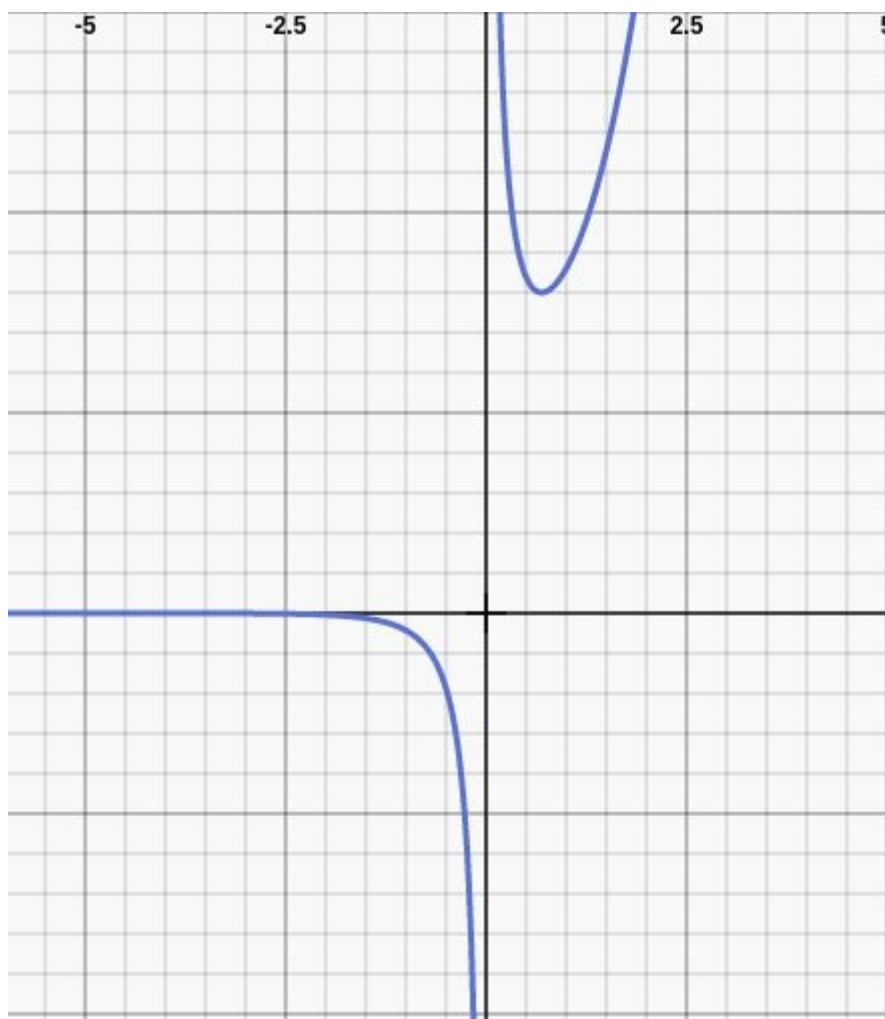
## Soluzioni prova scritta 13/7/2022.

La **funzione** presenta un asintoto orizzontale sinistro in  $y=0$  e un asintoto verticale per  $x=0$ , un minimo in  $(\ln 2, 4)$ . La  $f''(x)$  non ha zeri reali e cambia segno a sx e a dx dell'origine.

La **serie** è a termini positivi, pertanto non serve studiare la convergenza assoluta (che coincide con quella semplice). Converge per  $x<0$  (semplicemente) e anche per  $x=0$  perché asintotica a una serie armonica con  $\alpha = 4/3$ .

La **successione** presenta il limite notevole del numero di Eulero mentre il  $\cos^2$  ovviamente tende a 1, dopo razionalizzazione dell'argomento. Il limite notevole invece tende a  $1/e$  che, essendo elevato a un esponente che tende a 0, convergerà a 1. Pertanto la serie converge a 0 per  $x < -(2)^{(1/2)}$ ,  $x > (2)^{(1/2)}$  e  $-1 < x < 1$ , oscilla tra  $\pm 1$  per  $x = \pm 1$ , altrove oscilla tra  $\pm \infty$ .

L'**integrale** si può risolvere direttamente per parti, diventa una funzione razionale fratta con radici complesse, pertanto la primitiva presenta un arctg e un log, come si vede nell'immagine sotto.



$$x \arctan\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(2x^2 + 2x + 1)}{4} + \frac{\arctan\left(\frac{4x+2}{2}\right)}{2} + C$$