

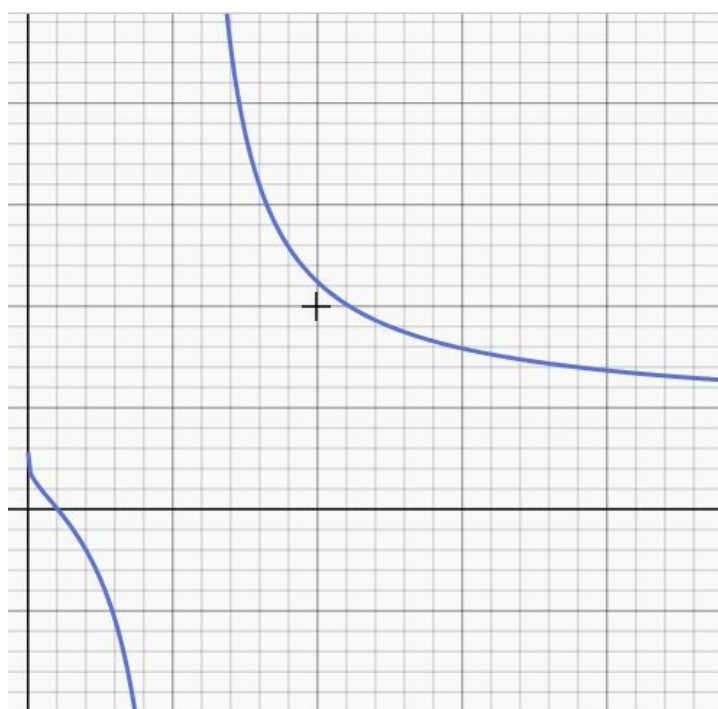
Soluzioni prova scritta del 18/6/2025

1) La **funzione** è definita solo per $x > 0$ e x diverso da e , presenta un asintoto verticale in $x=e$ e uno orizzontale destro per $y=3$, un punto d'arresto a tg verticale in $P(0,3)$, un punto d'intersezione con l'asse delle ascisse in $x=e^{-2/3}$ e infine un flesso a tg obliqua in $x=1/e$ (pendenza della tg $m=-5e/4$)

2) La **serie**, da studiare tramite convergenza assoluta, è definita solo per $x > 0$ e x diverso da e . Converge assolutamente e semplicemente per $e^{-3/2} < x < e^{-1/4}$. Nel primo estremo di questo intervallo converge semplicemente per Leibniz mentre nel secondo estremo diverge per confronto asintotico con la serie armonica generalizzata con $\alpha = -3/35 < 1$

3) Nella **successione** il primo fattore è da scomporre come differenza di cubi ($a^3 - b^3$), pertanto compare un fattore $1 - \cos(x)$ da approssimare con il limite notevole del coseno, mentre il secondo fattore tende a 3 (infatti è: $1 + \cos(x) + \cos^2(x)$). Il secondo fattore, dopo razionalizzazione, si approssima con $n^{-3/2}$. In definitiva, la successione è indeterminata e limitata tra $\pm 3/2$ per i valori $x = \pm (6)^{1/2}$; è indeterminata ma non limitata per $-(6)^{1/2} < x < -2$ e $2 < x < (6)^{1/2}$, convergente a 0 altrove.

4) L'**integrale generalizzato**, da risolvere con sostituzione $\ln(x)=t$ e poi per divisione in fratti semplici, è divergente. La primitiva è allegata.



$$-\frac{\ln(|\ln(x) + 1|)}{2} + \frac{\ln(|\ln(x) - 1|)}{2} + 3\ln(x) + C$$