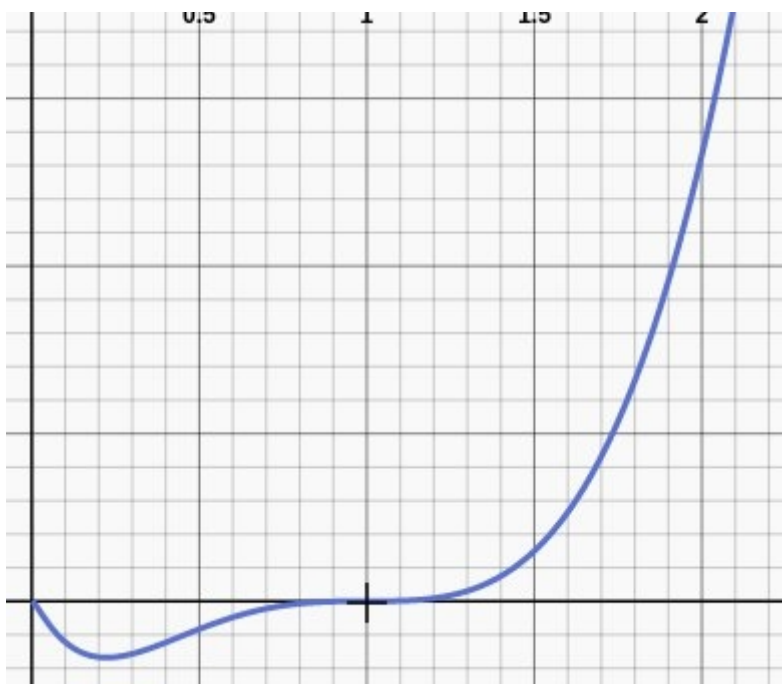


Soluzioni prova scritta del 18/6/2024

1. La funzione ha un punto d'arresto nell'origine, un minimo in $m [e^{-(3/2)}, -27/(8e^3)]$, tre flessi, i primi due a tg obliqua e il terzo a tg orizzontale: F_1 in $x = e^{-[(9+(33)^{1/2})]/4}$, F_2 in $x = e^{[(33)^{1/2} - 9]/4}$ e F_3 in $x=1$ che è anche punto d'intersezione con l'asse x . Per $x \rightarrow +\infty f(x) \rightarrow +\infty$ Il grafico è allegato.
2. La serie, da studiare con la convergenza assoluta e poi con un criterio a scelta, converge assolutamente e semplicemente per $1/e < x < e$, mentre per $x=1/e$ diverge per confronto asintotico con la serie armonica, per $x=e$ converge per il criterio di Leibniz.
3. La successione presenta due limiti notevoli, quello del logaritmo e quello dell'esponenziale. Il primo si approssima con $n^{(-6)}$ e il secondo con $n^{(-2)}$. E' costantemente uguale a 1 per $x = \pm(2)^{(1/2)}$, converge a 0 per $x < -(2)^{(1/2)}$, $-1 < x < 1$, $x > (2)^{(1/2)}$, diverge a $+\infty$ altrove.
4. Tramite sostituzione $e^x = t$ si scompone l'integranda in fratti semplici, la primitiva è allegata. L'integrale è divergente, è sufficiente sfruttare la proprietà della differenza tra due logaritmi (basta lasciare scritto $\ln|t|$ o $\ln(e^x)$ anziché trasformarlo), quando si passa al limite per $c \rightarrow +\infty$



$$\frac{3 \ln(|2e^x - 1|)}{2} - x + C$$