

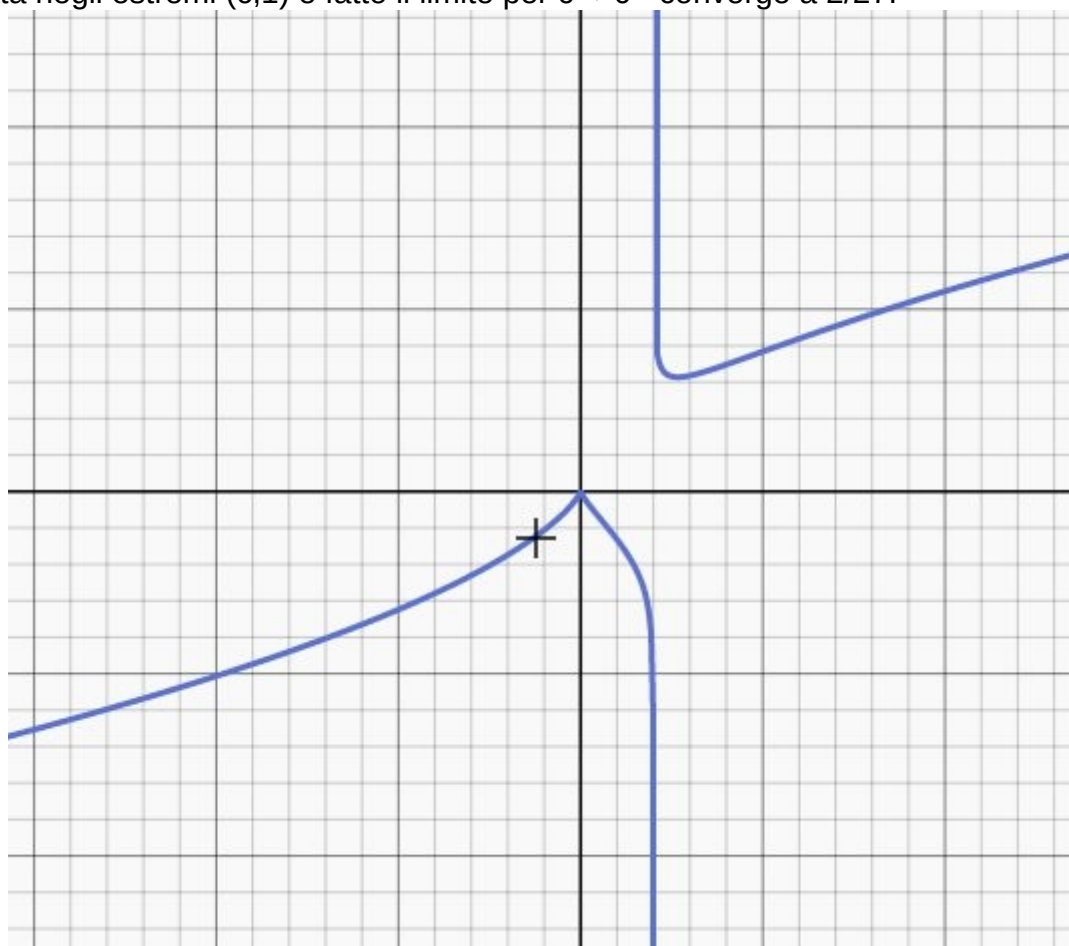
Soluzioni prova scritta del 14/6/2023

La funzione presenta un asintoto verticale completo per $x=1$, un punto d'intersezione con gli assi nell'origine (che è anche una cuspide) e un max in $(4/3, f(4/3))$

La serie, da studiare con la convergenza assoluta, è convergente assolutamente e semplicemente per $0 < x < 1$ e $x > e^{(2/3)}$. Per $x=1$ diventa una serie a termini di segno alterno che converge per Leibniz, mentre per $x=e^{(2/3)}$ converge per confronto asintotico con la serie armonica generalizzata con $\alpha=4/3$.

La successione, dopo la razionalizzazione dell'argomento del $\sin^3$ e successiva approssimazione di questo con il suo argomento al cubo, è convergente a 0 per $x < 1$ e $x > 7/5$, oscillante tra ± 64 per $x=7/5$, indeterminata e non limitata altrove.

L'integrale, da risolvere per parti (preceduta eventualmente da sostituzione $x=e^t$, non strettamente necessaria) ha la primitiva che si vede nell'immagine sotto. Questa funzione, calcolata negli estremi $(c,1)$ e fatto il limite per $c \rightarrow 0^+$ converge a $2/27$.



$$\frac{x^3 (9 \ln^2(x) - 6 \ln(x) + 2)}{27} + C$$