

Soluzioni prova scritta 14/6/2022

La **funzione** è definita su tutto $\mathbb{R}$, presenta un asintoto orizzontale sinistro per $y=0$ e tende a $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$. Ha due punti d'intersezione sull'asse x e uno sull'asse y . Ha un minimo in $(1, -e)$ e un max in $[-8/3, e^{(-8/3)}(13)^{(1/3)}]$. Si veda grafico allegato.

La **serie**, da studiare in valore assoluto, risulta convergente assolutamente e semplicemente per $e^{-(1/7)} < x < e$, semplicemente convergente per Leibniz per $x = e^{-(1/7)}$ e divergente - perché asintotica a serie armonica generalizzata con $\alpha = 1/3 < 1$ - per $x = e$.

La **successione** presenta il limite notevole dell'esponenziale $[(e^x - 1)/x] \rightarrow 1$ per $x \rightarrow 0$ e la quantità $\sin^2$ si può approssimare con l'argomento al quadrato, cioè n . Risulta convergente a 0 per $x < 1$ e $x > 3$, divergente a $+\infty$ per $1 < x < 3$ e costantemente uguale a 1 per $x = 1$.

L'**integrale**, da affrontare per sostituzione $\ln(x) = t$ e poi con riduzione in fratti semplici, ha come primitiva una combinazione di logaritmi e arctg. Si veda l'espressione completa allegata.



$$\frac{19 \ln(|\ln(x) - 3|)}{13} + \frac{7 \ln(\ln^2(x) + \ln(x) + 1)}{26} - \frac{\sqrt{3} \arctan\left(\frac{2 \ln(x) + 1}{\sqrt{3}}\right)}{13} + C$$