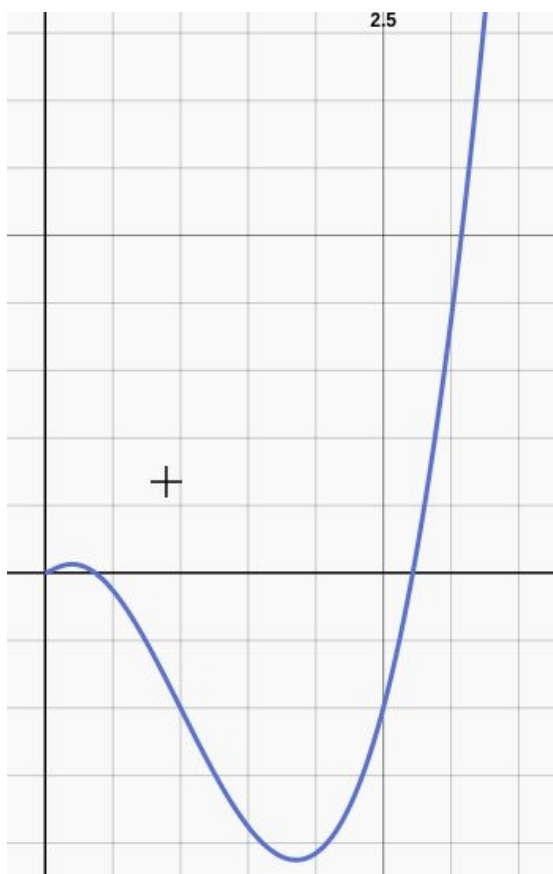


Soluzioni prova scritta del 30/1/2026

- 1) La funzione, definita solo per $x > 0$, presenta un punto d'arresto a tg. orizzontale nell'origine, due punti d'intersezione con l'asse x in $P(1/e, 0)$ e $Q(e, 0)$, un max in $x = e^{-(1+5^{1/2})/2}$ e un minimo in $x = e^{(5^{1/2}-1)/2}$, un flesso in $x = 1/e^3$ e uno in $x = 1$, entrambi a tg. obliqua. Tende all'infinito per $x \rightarrow +\infty$.
- 2) La serie, da studiare tramite convergenza assoluta, converge semplicemente e assolutamente per $x < [(e-1)/(2(e+1))]$ e $x > [(e+1)/(2(e-1))]$. Divergente assolutamente altrove. Per $x = [(e-1)/(2(e+1))]$ è semplicemente la serie di n^4 , perciò divergente a $+\infty$, mentre per $x = [(e+1)/(2(e-1))]$ è indeterminata essendo $a_n = (-1)^n n^4$.
- 3) Nella successione compare solo il limite notevole del seno, perché il secondo fattore tende direttamente a 1. Infatti, il coseno tende a 1 e al denominatore c'è $+\infty$, quindi il rapporto tende a 0, perciò tutto il secondo fattore tende a 1. Per applicare il limite notevole del seno occorre prima razionalizzare la differenza di radici cubiche tramite la scomposizione di $a^3 - b^3$ e in totale il contributo di questo fattore è assimilabile a $n^{-(10/3)}$ [sarebbe $n^2 \cdot n^{(4/3)}$]. Pertanto la successione è indeterminata e oscillante tra $\pm 1/3$ se $x = 10/13$, indeterminata ma non limitata per $10/13 < x < 1$ e convergente a zero altrove.
- 4) L'integrale, da studiare per parti, eventualmente previa sostituzione di $\ln(x)$ con t , è convergente a -96, cioè l'area sotto la curva vale 96. Primitiva allegata.



$$2\sqrt{x} \left(\ln^3(x) - 6\ln^2(x) + 24\ln(x) - 48 \right) + C$$