

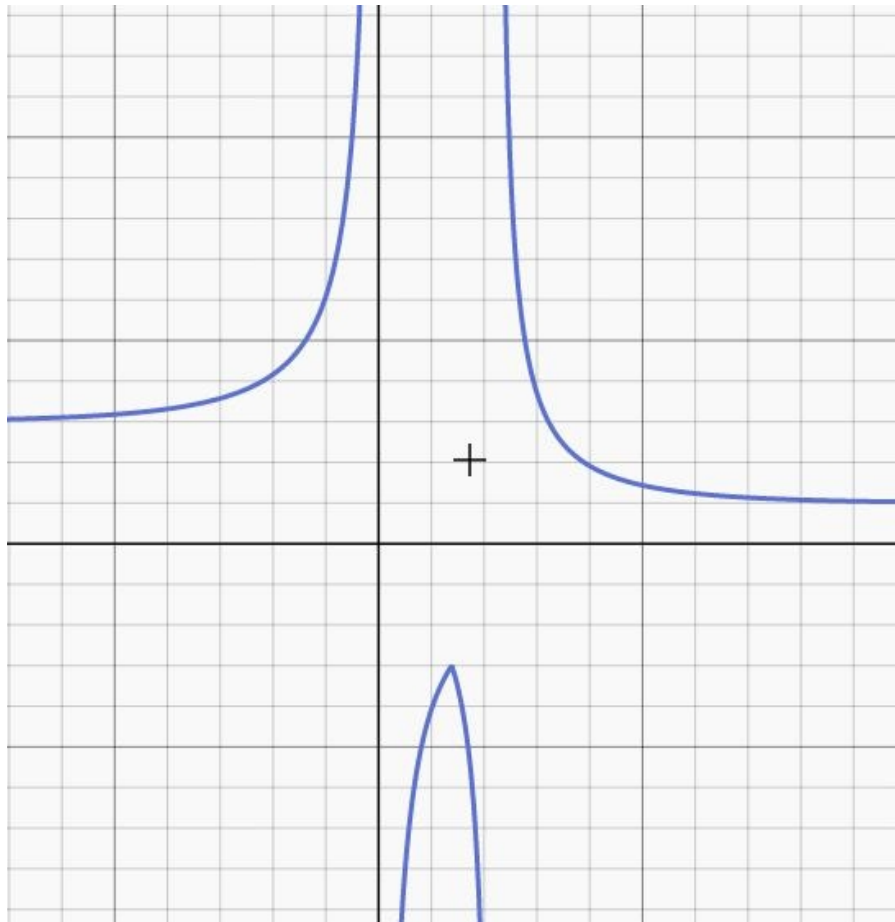
Soluzioni prova scritta 12/1/2026

1) La funzione presenta due asintoti verticali completi in $x=0$ e $x=\ln(3)$, un asintoto orizzontale destro per $y=1$ e sinistro per $y=3$; un massimo relativo, (che è anche punto angoloso) in $P(\ln(2), -3)$. I coefficienti angolari delle tangenti del punto angoloso sono -8 (a dx) e $+4$ (a sx). Grafico allegato.

2) La serie è da studiare tramite convergenza assoluta, perché a termini di segno qualunque. Converge assolutamente e semplicemente per $x < -\ln(3)$ mentre per $x = -\ln(3)$ diverge per confronto asintotico con la serie armonica generalizzata avente $\alpha = -1/2$

3) La successione, presenta due limiti notevoli: quello del logaritmo (l'argomento si può approssimare con $2/[(n)^{(1/2)}]$) e quello dell'esponenziale (che si approssima con $n^{-(1/2)}$). Pertanto l'esponente di n da studiare è $(-x^3/(8x^3-1))$. Quindi la successione è indeterminata e oscillante tra ± 2 per $x=0$, convergente a 0 per $x>0$ e $x<-1/2$ e indeterminata e illimitata altrove.

4) L'integrale tramite sostituzione $e^x=t$ si può affrontare per parti e presenta una scomposizione in fratti semplici (2 radici reali semplici). La primitiva è allegata.



$$\frac{-\ln(|e^x - 1|) + \ln(e^x + 1) + e^{3x} \ln(1 - e^{-2x}) - 2e^x}{3} + C$$