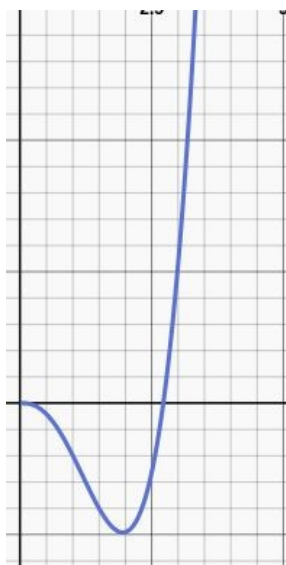


Soluzioni della prova del 31/1/2025

- 1) La funzione, definita solo per $x > 0$, presenta un punto d'intersezione in (e, e) e un punto d'arresto a tg orizzontale in $(0, 0)$, un minimo in $x = e^{2/3}$ e un flesso a tg obliqua in $x = e^{1/6}$. Tende a $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$. Il grafico è allegato.
- 2) La serie, da studiare con la convergenza assoluta, converge assolutamente e semplicemente per $x < (e-1)/(e+1)$ e per $x > (e+1)/(e-1)$ [soluzioni di $(x+1)/e(x-1) < 1$]. Converte semplicemente e assolutamente per $x = (e-1)/(e+1)$ e converge ass. e semplic. (per Leibniz) per $x = (e+1)/(e-1)$.
- 3) La successione presenta tre limiti notevoli. Prima occorre razionalizzare l'argomento della tg con la formula $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$, pertanto l'argomento si approssima con $1/3 n^{(-5/3)}$. Utilizzando il limite notevole del coseno e poi quello del numero di Eulero si scopre che il secondo fattore tende a $e^{[n^{(-1/3)}]}$ pertanto tende a 1. In definitiva la successione è indeterminata e oscilla tra $\pm 1/3$ per $x = 5/11$, indeterminata ma illimitata per $5/11 < x < 1$ e converge a 0 altrove.
- 4) L'integrale, da svolgere per parti, converge a $16/125$. La primitiva è allegata.



$$\frac{2x^{\frac{5}{2}} \left(25 \ln^2(x) - 20 \ln(x) + 8 \right)}{125} + C$$