

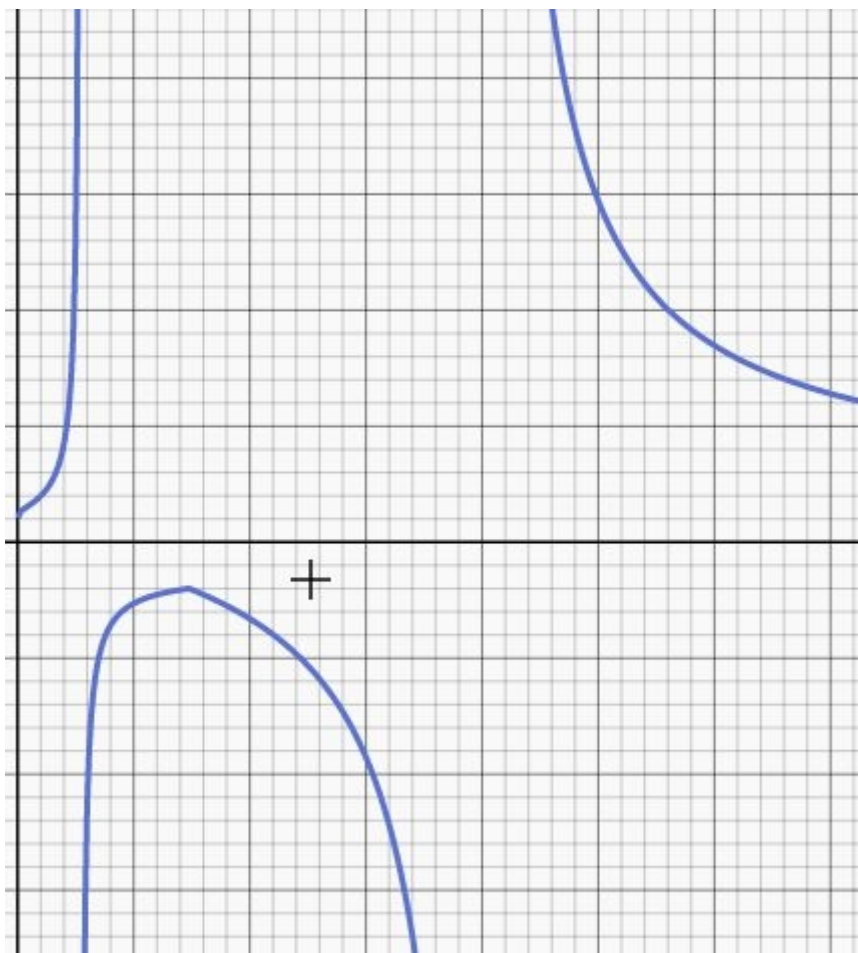
Soluzioni prova scritta generale del 10/1/2024

La **funzione** presenta un asintoto orizzontale destro per $y=1$, un asintoto verticale per $x=e$ e uno per $x=e^3$, un punto angoloso in $(e^2, -2)$ e punto d'arresto a tg. verticale ($m=+\infty$) in $(0,1)$. Il grafico è allegato.

La **serie** è geometrica, pertanto converge assolutamente e semplicemente per $1/e < x < e$, diverge a $+\infty$ per $x=1/e$ ed è indeterminata per $x=e$. La somma si può pertanto calcolare solo per $x=1$ e vale $S=2$. Per $x=1/4$ la serie non converge pertanto la somma non può essere calcolata.

La **successione**, che coinvolgeva i limiti notevoli di $\tan(x)/x$ e di $(e^x-1)/x$, è convergente a zero per $-1 < x < 1/3$ e $x > 1/2$, costantemente uguale a 1 per $x=-1$ e $x=1/3$, divergente a $+\infty$ altrove.

L'**integrale**, dopo sostituzione con $x+1=t^3$, si può integrare per parti e dà luogo a un'integranda razionale fratta da scomporre in fratti semplici (una radice reale semplice e due radici complesse coniugate semplici). La famiglia delle primitive è allegata.



$$\frac{3 \left(4 \ln \left((x+1)^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{x+1} + 4 \right) - 8 \left(\sqrt{3} \arctan \left(\frac{\sqrt[3]{x+1}+1}{\sqrt{3}} \right) + \ln(\sqrt[3]{x+1}-2) \right) + (2 \ln(x-7) - 3)(x+1)^{\frac{2}{3}} \right)}{4} + C$$