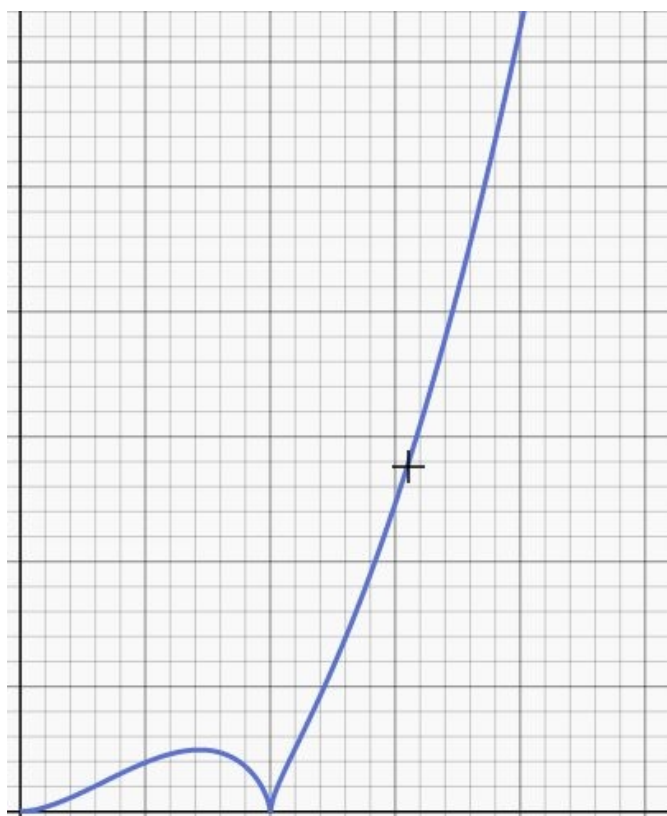


Soluzioni prova scritta del 31/1/24

1. La funzione è definita solo per $x > 0$ (essendoci $\ln(x)$), tocca l'asse x in $P(1,0)$ che è anche un punto di cuspid. In $(0,0)$, che è un punto d'arresto, la tangente al grafico è orizzontale. Presenta un massimo in $x=e^{-(1/3)}$, e due flessi in $x=1/6 e^{-(3+(13)^{(1/2)})}$ e in $x=1/6 e^{(-3+(13)^{(1/2)})}$. Grafico allegato.
2. La serie, da studiare tramite convergenza assoluta, converge semplicemente e assolutamente per $-1 < x < 1$. In $x=1$ è asintotica alla serie armonica generalizzata con $\alpha=3$ quindi converge, mentre per $x=-1$ converge per il criterio di Leibniz. La parte col logaritmo è asintotica a $1/n^3$.
3. La successione presenta un solo limite notevole, quello del logaritmo che, come nell'esercizio precedente, è asintotico a $1/n^3$. La successione pertanto è identicamente uguale a 1 per $x=\pm (5/3)^{(1/2)}$, converge a 0 per $x < -(5/3)^{(1/2)}$, $-1 < x < 1$, e $x > (5/3)^{(1/2)}$, diverge a $+\infty$ altrove.
4. L'integrale generalizzato, da affrontare tramite sostituzione $x-1=t^4$, si calcola per parti e infine per divisione tra polinomi. La primitiva è allegata. Calcolando questa primitiva tra gli estremi $[F(2) - \lim_{c \rightarrow 1+} F(c)]$ il valore numerico finale è $(3\pi-4)/6$ pertanto l'integrale è convergente.



$$\arctan\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x-1}}\right)(x-1) + \frac{(x-1)^{\frac{3}{4}} - 3\sqrt[4]{x-1}}{3} + \arctan(\sqrt[4]{x-1}) + C$$