

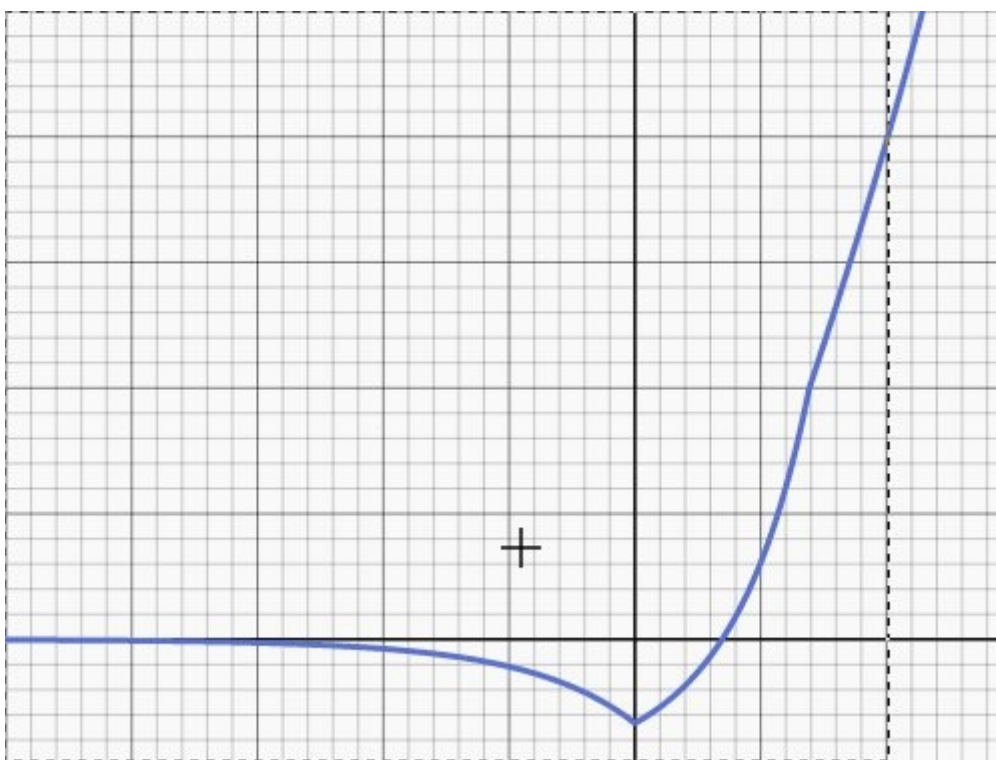
Soluzioni prova scritta del 25/1/2023 - VERSIONE A

La funzione ha punti d'intersezione in $(0, -1/3)$, $(\ln(2)/2, 0)$, asintoto orizzontale sinistro in $y=0$, punti angolosi in $(0, -1/3)$ e $(\ln(2), 1)$, è decrescente per $x < 0$ e crescente per $x > 0$. Il grafico è allegato.

La serie è di tipo "geometrica", bastava raccogliere $(2/3)^n$ e inglobarlo nella parte col parametro x . Risulta convergente semplicemente e assolutamente per $x < e^{(3/5)}$ e $x > e^3$. Per questo valore diverge a $+\infty$, mentre per l'altro è indeterminata. La somma per $x = e^2$ non ha senso calcolarla, visto che il valore è al di fuori della zona di convergenza, mentre per $x=1$ banalmente è una somma infinita di zeri e pertanto la somma è zero.

La successione, dopo aver razionalizzato la differenza di radici quadrate che poi si risolve col limite notevole di e , e aver osservato che $\cos(1/n!)$ tende a 1, si riduce allo studio di $n^{(-x-3)/2(x+1)}$. Pertanto è sempre indeterminata, oscillante tra ± 2 per $x < -3$ e $x > -1$, tra $\pm 2e^{(3/2)}$ per $x = -3$ e tra $\pm \infty$ altrove.

L'integrale, dopo la classica sostituzione $e^x = t$ diventa un integrale da svolgere per parti, che si riduce a una somma di primitive immediate. L'integrale generalizzato è convergente al valore riportato in allegato.



$$-\frac{\ln(5)}{8} + \frac{\arctan(2)}{2} + \frac{1}{4}$$