

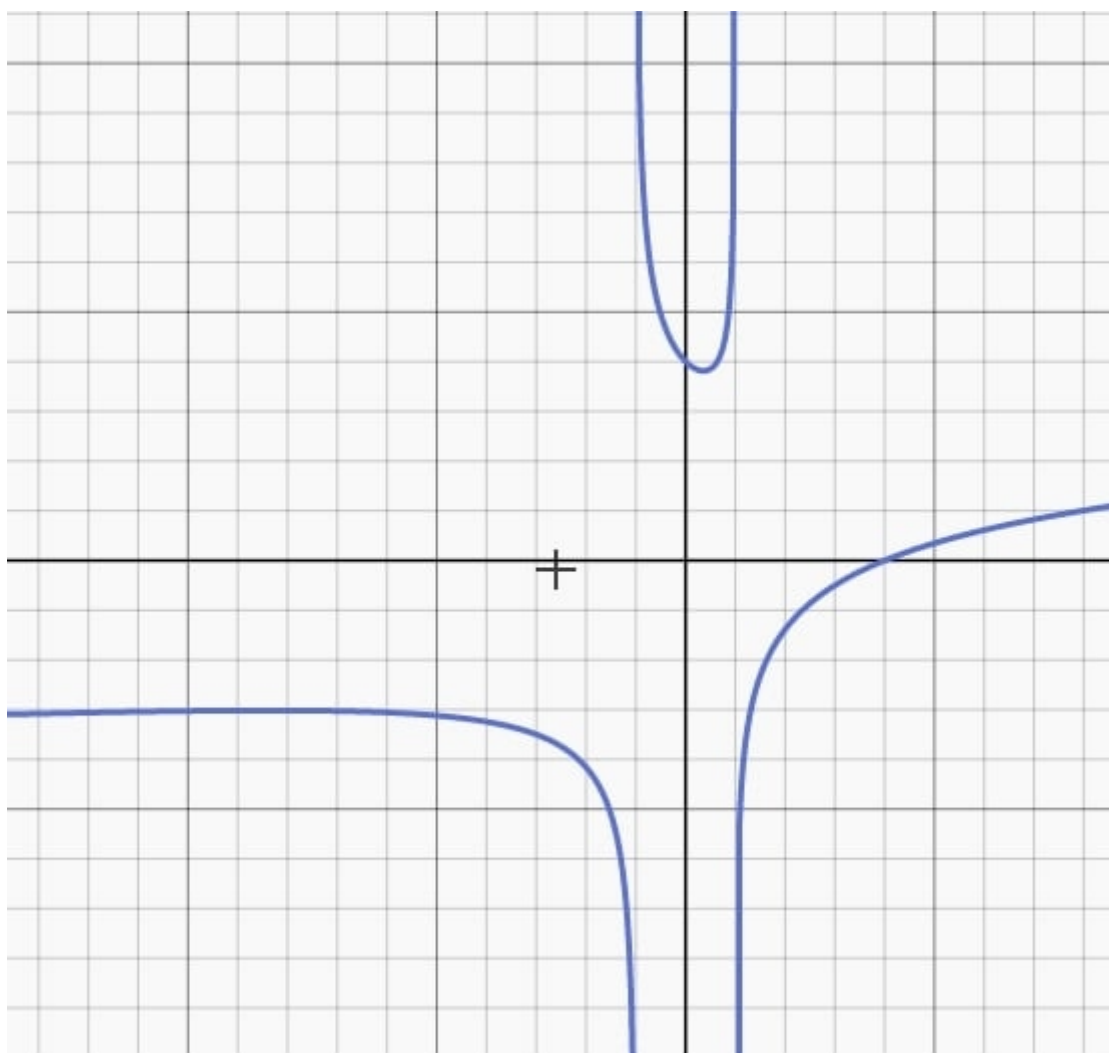
Soluzioni prova scritta del 25/1/2022

La funzione ha due asintoti verticali completi per $x=1$ e $x=-1$, non ha asintoti orizzontali né obliqui, due punti d'intersezione in $(4,0)$ e $(0,4)$, un min in $x=-4+(19)^{(1/2)}$ e un max in $x=-4-(19)^{(1/2)}$. Si veda grafico allegato.

La serie è convergente assolutamente e semplicemente per $x < -\ln 3$ [sarebbe $\ln(1/3)$] e per $x > 0$. Per $x=0$ diverge perché asintotica a $n^{(1/3)}$ e per $x=-\ln(3)$ è indeterminata (non rispetta la condizione necessaria di convergenza).

La successione converge a zero per $-(1/2)^{(1/2)} < x < (1/2)^{(1/2)}$, è indeterminata tra ± 1 per $x = -(1/2)^{(1/2)}$ e per $x = (1/2)^{(1/2)}$, indeterminata e non limitata altrove. Bastava riconoscere il limite notevole di e .

L'integrale, da risolvere con sostituzione e poi per fratti semplici, è allegato nell'immagine qui sotto.



$$2 \ln(|\sqrt[3]{e^x - 1} + 1|) - \ln\left((e^x - 1)^{\frac{1}{3}} - \sqrt[3]{e^x - 1} + 1\right) - 2\sqrt{3} \arctan\left(\frac{2\sqrt[3]{e^x - 1} - 1}{\sqrt{3}}\right) + \frac{3(e^x - 1)^{\frac{2}{3}}}{2} + C$$