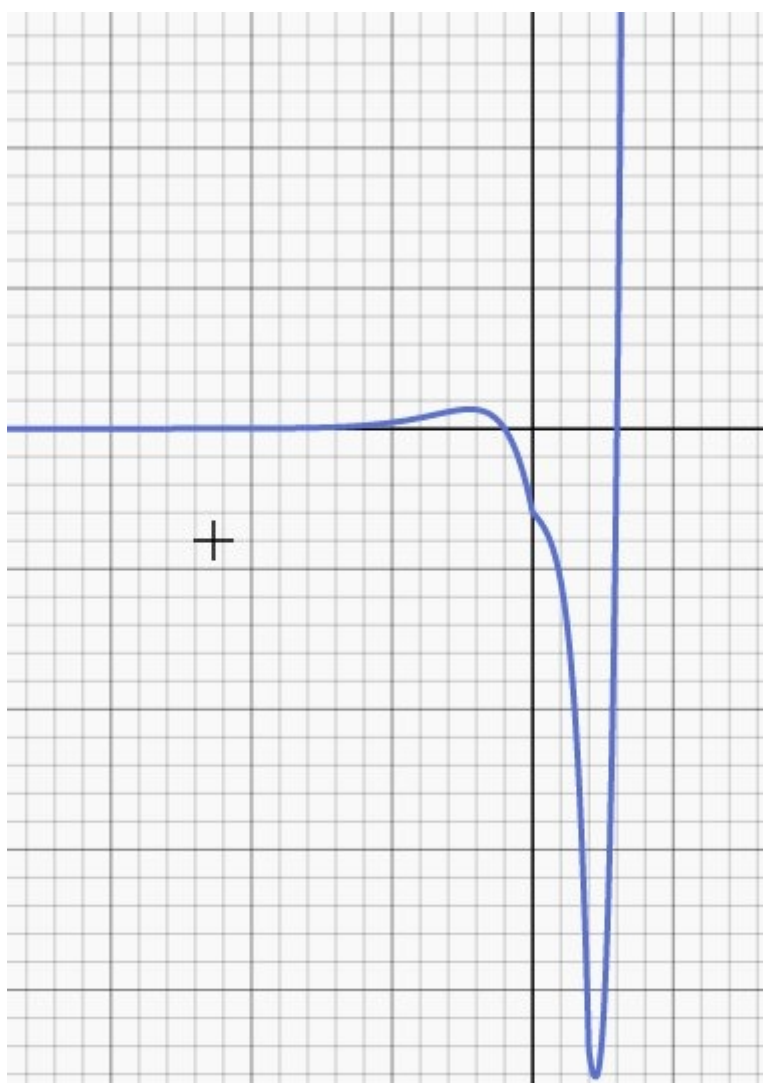


Soluzioni prova scritta 20/2/2024

1. La funzione è definita su tutto $\mathbb{R}$, ha punti d'intersezione con gli assi in $(0,-3)$, $(3,0)$ e $(-1,0)$, asintoto orizzontale sinistro in $y=0$, max in $x=-(5)^{(1/2)}$, min in $x=(5)^{(1/2)}$, flesso a tg obliqua in $x=-1-(6)^{(1/2)}$, punti angolosi in $(0,-3)$ e $(2, -3e^2)$. Grafico allegato.
2. La serie è geometrica e converge sia assolutamente che semplicemente per $x < -4$ e $x > -2/3$. In $x = -4$ diverge a $+\infty$, in $x = -2/3$ è indeterminata. La somma si può calcolare solo per $x=0$ ed è $S=3/4$. $x=-1$ non appartiene all'intervallo di convergenza.
3. La successione presenta un unico limite notevole applicabile, quello del $\sin(x)/x$. Dopo aver fatto il minimo comune multiplo nell'argomento del $\sin(\cdot)$ è sufficiente razionalizzare la differenza di radici a numeratore. L'argomento si approssima con $1/n$ e quindi anche il $\sin(1/n)$ si approssima con $1/n$. Il $\cos(\cdot)$ chiaramente tende a 1. La successione converge a 0 per $x < 1/3$ e $x > 1$, oscilla tra ± 1 per $x = 1/3$ e tra $\pm \infty$ altrove.
4. L'integrale si può affrontare subito per parti e poi si scompone in fratti semplici. Facendo il limite della primitiva allegata il risultato è $I = 4\ln(2)-1$ pertanto l'integrale è convergente.



$$4\ln(|x+2|) - \ln(|x+1|) + x \cdot \left(\ln\left(\frac{(x+2)^2}{x+1}\right) - 1 \right) + C$$