

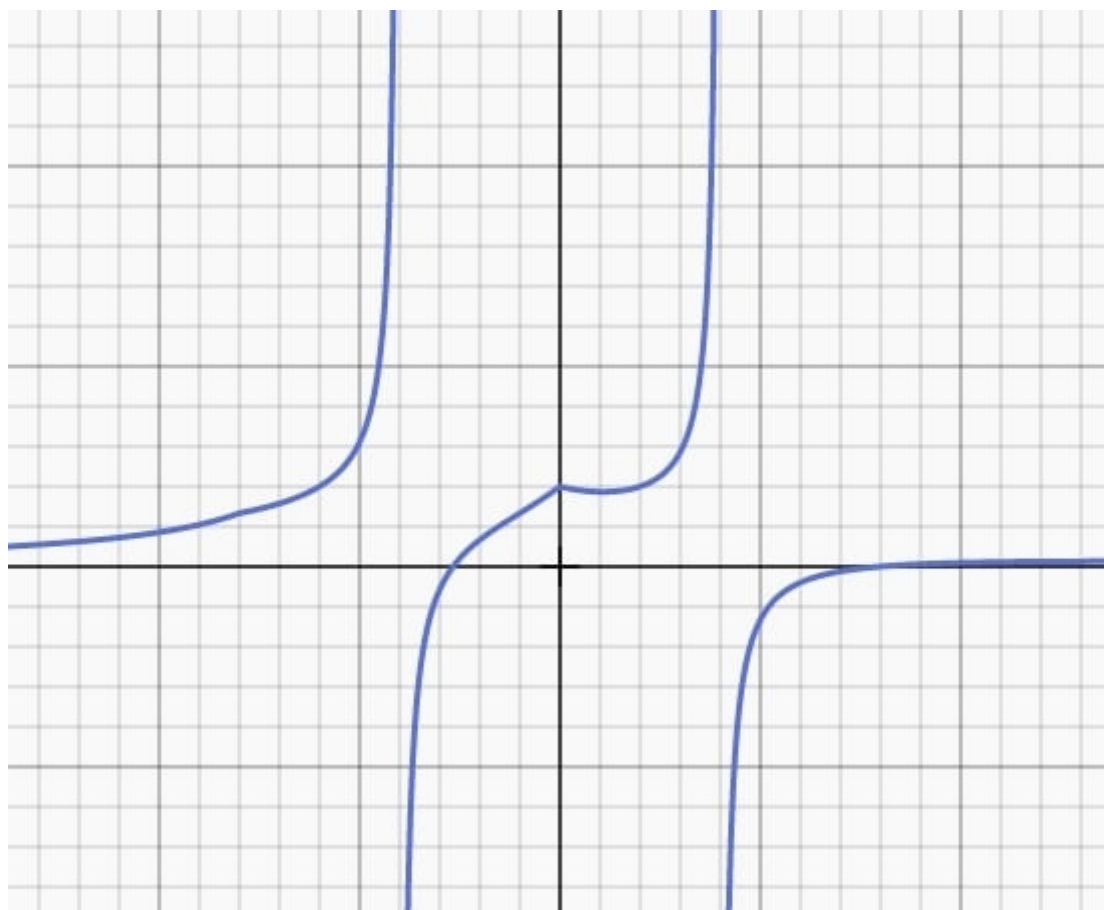
Soluzioni prova scritta del 8/2/2022

La funzione presenta due asintoti verticali a $x=\pm 2$, un asintoto orizzontale completo in $y=0$, un max in $4+2(3)^{1/2}$ e un minimo in $4-2(3)^{1/2}$, due punti angolosi in $(0,1)$ e in $(-4,0)$, punti d'intersezione con gli assi in $(0,1)$, $(4,0)$ e $(-4/3, 0)$. Si veda il grafico.

La serie a termini di segno qualunque è da studiare con la convergenza assoluta e risulta convergente per $x < -1$ e $x > 0$. Nei "casi estremi" è convergente semplicemente per Leibniz.

Nella successione si tratta di riconoscere il solito limite notevole di e (che poi diventa elevato a $1/n$, quindi tendente a 1). La tg si approssima con l'argomento al quadrato. La successione converge a zero per $x < -2$ e $x > -1/2$, costantemente uguale a 1 per $x = -2$ e divergente a $+\infty$ altrove.

L'integrale, da risolvere con la sostituzione $e^x = t$, diventa quello di una funzione razionale fratta, da scomporre in fratti semplici.



$$\frac{4 \ln(|e^x - 1|)}{3} + \frac{5 \ln(e^{2x} + e^x + 1)}{6} + \frac{\arctan\left(\frac{2e^x + 1}{\sqrt{3}}\right)}{\sqrt{3}} - 3x + C$$