

Soluzioni prima prova parziale del 24/11/2025

1) La serie, da studiare tramite convergenza assoluta, converge semplicemente e assolutamente per $x < -2$ e $x > 0$. Divergente assolutamente per $-2 < x < 0$. Per $x = -2$ si può usare il criterio del confronto asintotico ($a_n > 0$) e la serie è assimilabile a una serie armonica generalizzata con $\alpha = 5/2$, perciò è convergente (sia assolutamente che semplicemente, essendo a termini positivi). Per $x = 0$ la serie è alternata e converge per il criterio di Leibniz.

2) Nella successione compaiono i limiti notevoli del $\cos(x)$ e del $\ln(x)$. Il primo si ottiene scomponendo $-(1 - \cos^3(x))$ come $-(1 - \cos(x))[1 + \cos(x) + \cos^2(x)]$ e pertanto si approssima con $-3/(8n^2)$. Il $\ln$ si può riscrivere come $\ln[1 + (2n-1)/(n^2+3)]$ e pertanto si approssima con l'argomento $2/n$ elevato al cubo, cioè $8/n^3$. Infine, la successione è indeterminata e oscillante tra ± 3 se $x = 7/6$, indeterminata ma non limitata per $1 < x < 7/6$ e convergente a zero altrove.